Echtzeitsysteme

Ereignisgesteuerte Ablaufplanung periodischer Echtzeitsysteme

Peter Ulbrich

Lehrstuhl für Verteilte Systeme und Betriebssysteme

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

`https://www4.cs.fau.de`

27. November 2017

Fragestellungen

- Was sind die Prioritäten der ereignisorientierten Einplanung?
  - Welche Kriterien werden auf Prioritäten abgebildet?
  - Statische und dynamische Verfahren zur Bestimmung von Prioritäten
  - Wie geht man mit einer knappen Anzahl von Systemprioritäten um?

- Optimalität ereignisgesteuerter Ablaufplanung
  - Wie schlagen sich die vorgestellten Verfahren?
  - Wo liegen die Grenzen ereignisgesteuerter Ablaufplanung?

- Beurteilung der Planbarkeit ereignisgesteuerter Systeme?
  - Mit Hilfe der maximalen, kumulativen CPU-Auslastung
  - Fertigstellung von Aufträgen? $\rightsquigarrow$ Antwortzeitanalyse
  - Wie wirken sich zu wenige Systemprioritäten aus?

Gliederung

Kriterien der Prioritätsvergabe

Statische Prioritäten

RM Rate Monotonic (dt. *Ratenmonoton*) Folie 5 ff

→ Je kürzer die Periode, desto höher die Priorität

DM Deadline Monotonic (dt. *Fristenmonoton*) Folie 7 ff

→ Je kürzer der relative Termin, desto höher die Priorität

Dynamische Prioritäten

EDF Earliest Deadline First (dt. *Frühester Termin zuerst*) Folie 13 ff

→ Je früher der Termin, desto höher die Priorität

LRT Latest Release-Time First (dt. *Späteste Auslösezeit zuerst*) Folie 15

→ Je später die Auslösezeit, desto höher die Priorität

→ Eigenstudium

LST Least Slack-Time First (dt. *Kleinste Schlupfzeit zuerst*) Folie 16

→ Je kürzer die Schlupfzeit, desto höher die Priorität

→ Eigenstudium

RM – Ratenmonotone Einplanung [10, S.118]

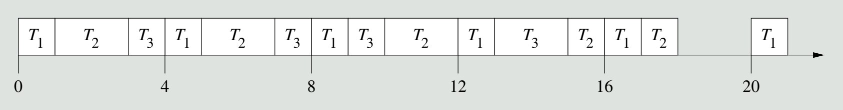
Einplanung gemäß Ausführungsrate

Rate $1/p_i$ einer Aufgabe T_i ist die Inverse ihrer Periode p_i

- Bezogen auf die Auslöserate von Arbeitsaufträgen in T_i

→ Je kleiner die Periode, desto höher die Priorität P_i von T_i

- **Beispiel**: $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2)$, $T_3 = (20, 5)$
  - Perioden $p = \{4, 5, 20\}$, Ausführungszeiten $e = \{1, 2, 5\}$
  - ⚠ Termin und Phase optional bei $D_i = p_i$ und $\phi_i = 0$
- **Ablaufplan**:

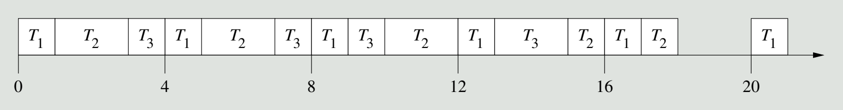


☞ Arbeitsaufträge werden in ihren Aufgabenperioden ausgeführt

→ RM lässt Prozessor bei ausführbereiten Aufträgen nicht untätig

RM – Ratenmonotone Einplanung (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2)$, $T_3 = (20, 5)$



1 T_1 hat die höchste Rate $\mapsto$ höchste Priorität P_1^{hi}

- Alle Arbeitsaufträge $J_{i,j}$ von T_1 werden ausgelöst

2 T_2 hat die zweithöchste Priorität P_2^{med} und folgt T_1

- Arbeitsaufträge von T_2 laufen im Hintergrund von T_1
- T_2 startet nach dem ersten Durchlauf von T_1

→ T_2 wird zum Zeitpunkt $t = 16$ von T_1 verdrängt

3 T_3 hat die dritthöchste Priorität P_3^{lo} und folgt T_2

- Aufträge von T_3 laufen im Hintergrund von T_1 und T_2

→ T_3 läuft nur, wenn kein Auftrag von T_1 und T_2 ausführbereit ist

4 Untätigkeit im Zeitintervall $[18, 19]$

- Keine ausführbereiten Arbeitsaufträge

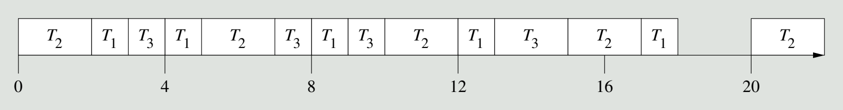
DM – Fristenmonotone Einplanung [10, S.118]

Einplanung gemäß Termin

DM = RM wenn gilt: $D_i = p_i$

- Beispiel Folie IV-2/5: $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2)$, $T_3 = (20, 5)$
  - Entspricht $T_1 = (4, 1, 4)$, $T_2 = (5, 2, 5)$, $T_3 = (20, 5, 20)$
  - Relativer Termin und Periode jeder Aufgabe sind identisch

- **Beispiel**: $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2, 3)$, $T_3 = (20, 5)$
  - Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$, Ausführungszeiten $e_i = \{1, 2, 5\}$
  - Relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$
- **Ablaufplan**:



⚠ Bei beliebigen relativen Terminen arbeitet DM besser als RM

→ DM liefert zulässige Abläufe in Fällen in denen RM scheitert

Mehrdeutigkeit von Prioritäten [10, S.166 f]

⚠ EZ-Betriebssysteme unterstützen typischerweise nur eine begrenzte Anzahl von Prioritätsebenen:

- 8 im IEEE 802.5 *token ring* [7]
- 32 im alten QNX, ab Neutrino 256 [6]
- 140 in Linux 2.5 (mit Ebenen 1–100 reserviert für Echtzeitprozesse)
- 256 in VxWorks [14] und vielen anderen Echtzeitbetriebssystemen

☞ Wertebereich ist implementierungsabhängig: Bitfeld, `char`

Uneindeutige Prioritäten

⚠ Mehr Prioritätsebenen erforderlich, als gegebene Systemplattform unterstützt

- Anzahl unterschiedlicher (eindeutiger) Task-/Jobprioritäten übersteigt die Anzahl unterschiedlicher Prioritäten im System

→ Task-/Jobprioritäten lassen sich nicht eindeutig abbilden

→ Uneindeutige Prioritäten (engl. *nondistinct priorities*)

Prinzip der Prioritätsabbildung

Prioritätsraster (engl. *priority grid*)

Ω_n Anzahl der logischen Prioritäten (Aufgaben/Aufträge)

- $1, 2, \ldots, \Omega_n$ mit 1 als höchste und Ω_n als niedrigste Priorität

Ω_s Anzahl der Systemprioritäten

- $P_1, P_2, \ldots, P_{\Omega_s}$ mit P_k $(1 \leq k \leq \Omega_s)$ im Bereich $[1, \Omega_n]$
- Zusätzlich gilt: $P_j < P_k$ wenn $j < k$

- Menge $\{P_1, P_2, \ldots, P_{\Omega_s}\}$ ist Prioritätsraster, auf welches die logischen Prioritäten abgebildet werden:
  - Logische Priorität 1 auf P_1
  - Logische Prioritäten im Bereich $]P_{k-1}, P_k]$ auf P_k für $1 < k \leq \Omega_s$

☞ Aufträge werden gemäß ihrer Systempriorität P_k abgearbeitet

⚠ Abbildung kann gleichmäßig oder ungleichmäßig definiert sein

Abbildung durch gleichmäßige Verteilung

(engl. *uniform mapping*)

☞ Prioritätsraster uniform auf logische Prioritäten legen:

- Sei Q definiert als Ganzzahl $\lfloor \Omega_n / \Omega_s \rfloor$, dann ist die Systempriorität $P_k = k \cdot Q$ für $k = 1, 2, \ldots, \Omega_s - 1$ und $P_{\Omega_s} = \Omega_n$

→ Für einen Block von max. Q logischen Prioritäten:

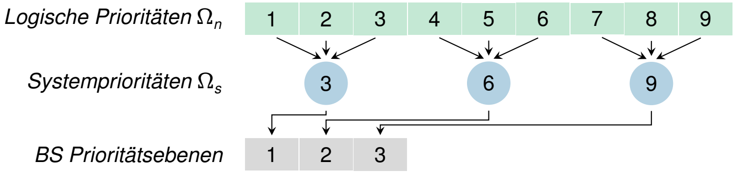
  - Die ersten Q Tasks/Jobs werden abgebildet auf $P_1 = Q$
  - Die nächsten Q Tasks/Jobs werden abgebildet auf $P_2 = 2Q$
  - Bis alle logischen Prioritäten gerastert worden sind

⚠ Aufgaben verschiedener logischer Prioritäten liegen auf einer Prioritätsebene

- Sie erhalten dieselbe physische Systempriorität
- Aufträge dieser Aufgaben sind einer linearen Abbildung unterworfen
- Wichtung erhalten sie durch ihre Position in der linearen Ordnung

Abbildung durch gleichmäßige Verteilung (Forts.)

- Beispiel: Aufgaben mit logischen Prioritäten $1, 2, \ldots, 9$ auf ein System mit Prioritätsebenen $1, 2, 3$ abbilden ($Q = 9/3 = 3$):



- $[1,\ 3] \mapsto P_1 = 3$
- $[4,\ 6] \mapsto P_2 = 6$
- $[7,\ 9] \mapsto P_3 = 9$

Problem Fairness:

Aufgaben hoher logischer Priorität werden ggf. gleich behandelt wie solche mit niedrigerer logischer Priorität.

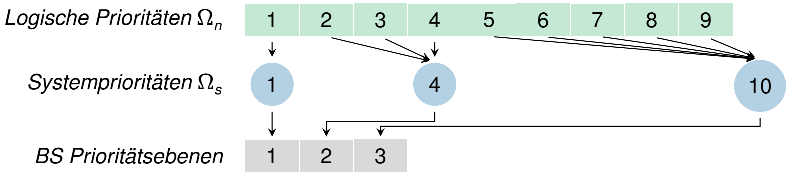
Abbildung durch ungleichmäßige Verteilung

(engl. *non-uniform mapping*)

☞ Prioritätsraster ungleichmäßig auf logischer Prioritäten legen:

- Methode des *constant ratio mapping* [8]
- Ziel: Verhältnis $(P_{i-1} + 1)/P_i$ für $i = 2, 3, \ldots, \Omega_s$ bleibt gleich
- Hohen logischen Prioritäten werden mehr Prioritätsebenen reserviert

→ Bessere Feinabstufung höher priorisierter Aufgaben



- **Beispiel** (vgl. IV-2/11): $\Omega_n = 9$, $\Omega_s = 3$, Verhältnis: 1/2
  - P_1 wird direkt abgebildet
  - $(P_1 + 1)/P_2 = 2/4 = 1/2$
  - $(P_2 + 1)/P_3 = 5/10 = 1/2$

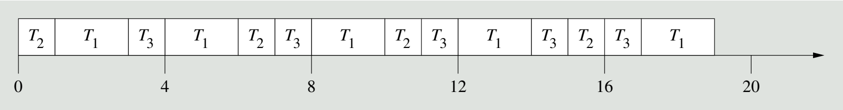
EDF – Frühester Termin zuerst [10, S.199 ff]

Einplanung gemäß absolutem Termin

Ordnet Arbeitsaufträge nach ihrem absoluten Termin d

- Je näher der absolute Termin, umso höher die Priorität
- Verschiedene Aufträge derselben Aufgabe mit unterschiedlicher Priorität

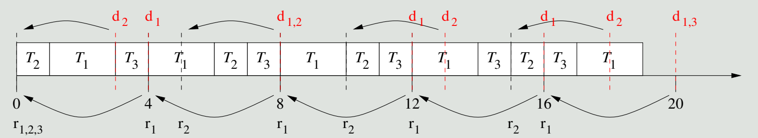
- Beispiel: $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$
  - Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$, Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
  - Relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$
- Ablaufplan:



☞ Arbeitsaufträge werden möglichst auslösezeitnah gestartet
- Lässt den Prozessor bei ausführbereiten Aufträgen nicht untätig

EDF – Frühester Termin zuerst (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$



$T_1 = (4, 2)$		$T_2 = (5, 1, 3)$		$T_3 = (20, 5)$	
t_0	Auslösung, $d_1 = 4$	t_0	Auslösung, $d_2 = 3$, Start	t_0	Auslösung, $d_3 = 20$
t_1	Start – t_3 Ende	t_1	Ende	t_3	Start – t_4 Verdrängung
t_4	Auslösung, $d_1 = 8$, Start	t_5	Auslösung, $d_2 = 8$	t_7	Fortsetzung
t_6	Ende	t_6	Start – t_7 Ende	t_8	Verdrängung
t_8	Auslösung, $d_1 = 12$, Start	t_{10}	Auslösung, $d_2 = 13$, Start	t_{11}	Fortsetzung
t_{10}	Ende	t_{11}	Ende	t_{12}	Verdrängung
t_{12}	Auslösung, $d_1 = 16$, Start	t_{15}	Auslösung, $d_2 = 18$, Start	t_{14}	Fortsetzung
t_{14}	Ende	t_{16}	Ende	t_{15}	Verdrängung
t_{16}	Auslösung, $d_1 = 20$			t_{16}	Fortsetzung
t_{17}	Start – t_{19} Ende			t_{17}	Ende

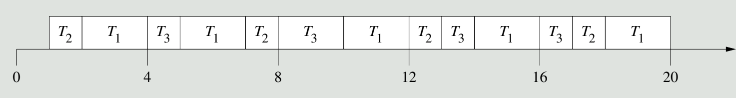
EDF umgekehrt $\leadsto$ Arbeitsaufträge werden „rückwärts“ eingeplant

- Auslösezeiten sind Termine bzw. Termine sind Auslösezeiten

Aufgaben $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

Ablaufplan



- Arbeitsaufträge werden möglichst terminnah erfüllt
  - lässt den Prozessor ggf. untätig trotz ausführbereiter Aufräge
    - schiebt Jobs mit harten Echtzeitbedingungen nach hinten
    - schafft vorne Spiel für Jobs mit weichen/festen Echtzeitbedingungen

LST — *Least Slack-Time First* [10, S.122 f]

auch: *Minimum Laxity First*, MLF

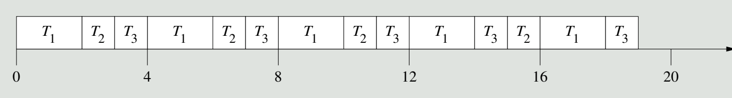
Schlupfzeit zum Zeitpunkt t

$$
\begin{aligned}
slack(J_i, t) &= r_i + D_i - t - maturity(J_i, t) \\
maturity(J_i, t) &= e_i - elapsed\ time(J_i, t)
\end{aligned}
$$

Aufgaben $T_1 = (4, 2),\ T_2 = (5, 1, 3),\ T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

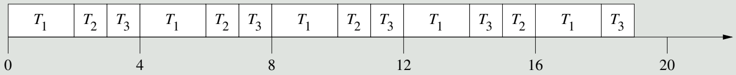
Ablaufplan



- benötigt Ausführungszeiten und Termine der Arbeitsaufträge
- Arbeitsaufträge werden möglichst auslösezeitnah gestartet
  - lässt den Prozessor nicht untätig, wenn ausführbereite Aufträge anstehen

LST — *Least Slack-Time First* (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$



	$J_{1,x}$			$J_{2,x}$			$J_{3,x}$		
	Job	Slack	maturity	Job	slack	maturity	Job	slack	maturity
t_0	$J_{1,1}$	2	0	$J_{2,1}$	2	0	$J_{3,1}$	15	0
t_4	$J_{1,2}$	2	0	-	-	-		12	1
t_5		1	1	$J_{2,2}$	2	0		11	1
t_8	$J_{1,3}$	2	0	-	-	-		9	2
t_{10}	-	-	-	$J_{2,3}$	2	0		7	2
t_{12}	$J_{1,4}$	2	0	-	-	-		6	3
t_{15}	-	-	-	$J_{2,4}$	2	0		4	4
t_{16}	$J_{1,5}$	2	0	-	-	-		3	4
t_{18}	-	-	-	-	-	-		1	4

Gliederung

Optimalität des RM-Algorithmus [10, S.129 f]

Rahmenbedingungen

Der RM-Algorithmus ist optimal für Systeme unter den Bedingungen:

- Voraussetzungen A1 - A7 sind erfüllt (siehe Folie IV-1/9 bzw. 52)
- Aufgaben sind in Phase (engl. *synchron*) (d.h. $\phi_i = 0$)
- Alle Perioden sind harmonisch $\mapsto$ Einfach periodisches (engl. *simple periodic*) Aufgabensystem (d.h. $p_i = k \cdot p_1$)

☞ Die Planbarkeit ist unabhängig von der Zahl der Aufgaben bis zu einer CPU-Auslastung (s. Folie 30) von 100 % garantiert

- Beweisidee (Baruah [1])
  - Gegeben sei ein System mit den Aufgaben $\{T_1, T_2, T_3, \ldots\ T_n\}$
  - Prioritäten $T_1 \succ T_2 \succ \ldots \succ T_n$ (nicht RM-konform)
  - Erzeuge einen zulässigen Ablaufplan
  - Prioritäten können hinsichtlich RM umgeformt werden[1] ohne die Zulässigkeit des Ablaufplans zu zerstören

[1] Die Prioritäten zweier Aufgaben T_1 und T_2, die das RM-Schema verletzen (für die also $T_1 \succ T_2$ gilt, obwohl $p_1 > p_2$), lassen sich tauschen ohne dabei die Zulässigkeit des Systems zu zerstören.

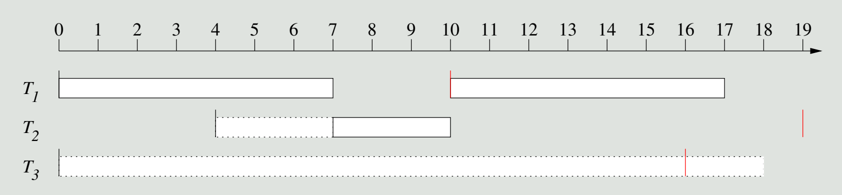
Nichtoptimalität des RM-Algorithmus

Rahmenbedingungen

Der RM-Algorithmus ist nicht optimal unter den Bedingungen:

- Voraussetzungen A1 - A7 sind erfüllt (siehe Folie IV-1/9 bzw. 52)
- Aufgaben sind phasenversetzt (engl. *asynchron*) (d.h. $\exists \phi_i > 0$)
- Perioden nicht harmonisch $\mapsto$ Komplex periodisch (engl. *complex periodic*)

- Beweis (Baruah [1])
  - Betrachte $T_1 = (10, 7, 10, 0)$, $T_2 = (15, 3, 15, 4)$, $T_3 = (16, 1, 16, 0)$
  - RM: $T_1 \succ T_2 \succ T_3$



- T_3 verpasst bei t_{16} seinen Termin
- $T_1 \succ T_3 \succ T_2$ würde funktionieren

Nichtoptimalität des RM-Algorithmus

Rahmenbedingungen

Der RM-Algorithmus ist nicht optimal unter den Bedingungen:

- Voraussetzungen A1 - A7 sind erfüllt (siehe Folie IV-1/9 bzw. 52)
- Aufgaben sind phasenversetzt (engl. *asynchron*) (d.h. $\exists \phi_i > 0$)
- Perioden nicht harmonisch $\mapsto$ Komplex periodisch (engl. *complex periodic*)

- Beweis (Baruah [1])
  - Betrachte $T_1 = (10, 7, 10, 0)$, $T_2 = (15, 3, 15, 4)$, $T_3 = (16, 1, 16, 0)$
  - RM: $T_1 \succ T_2 \succ T_3$
  - T_3 verpasst bei t_{16} seinen Termin
  - $T_1 \succ T_3 \succ T_2$ würde funktionieren

☞ Hinreichende Planbarkeitsbedingung ist nunmehr nur bis zu einer Prozessorauslastung von $ln(2) \approx 69,3\%$ gegeben

- CPU-Auslastung für n Aufgaben: $u = \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{T_i} \leq n \cdot \left(\sqrt[n]{2} - 1\right)$

Optimalität des DM-Algorithmus [10, S.129 f]

Rahmenbedingungen

Der DM-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

- synchron sind,
- die Voraussetzungen A1, A2, sowie A4 - A7 einhalten und
- für deren Termine $D_i \leq p_i$ gilt.

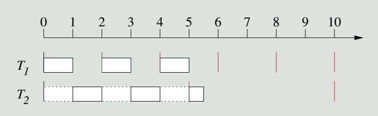
Beweisidee (Baruah [1])

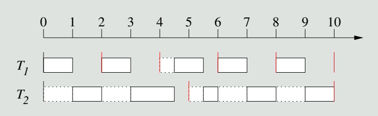
- Analog zum RM-Algorithmus

Nichtoptimalität statischer Prioritäten

☞ Beispiel: Betrachte $T_1 = (2, 1)$ und $T_2 = (5, 2.5)$

→ Sei $T_1 \succ T_2$ (RM-konform)





t_5 T_2 verpasst Termin

t_4 $T_2 \succ T_1$

t_{10} Hyperperiode

- Vor dem Zeitpunkt t_4 müsste gelten $T_1 \succ T_2$
- Zum Zeitpunkt t_4 müsste gelten $T_2 \succ T_1$

⚠ Widerspruch zur statischen Vergabe von Prioritäten

Optimalität des EDF-Algorithmus [10, S.67 f]

Rahmenbedingungen

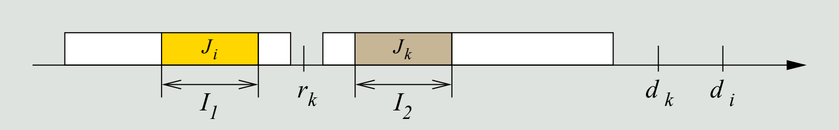
Der EDF-Algorithmus ist optimal unten den Bedingungen:

- Aufgaben haben beliebige Auslösezeiten
  - Sporadisch/periodisch
  - Synchron/asynchron
- Aufgaben besitzen beliebige Termine
  - Länger oder kürzer als die entsprechende Periode
- Voraussetzungen A2 und A4 - A7 sind erfüllt (siehe Folie IV-1/9 bzw. 52)

- Beweis siehe Liu [10, S.67 f]:

→ Jeder zulässige Ablaufplan für solche Systeme lässt sich in einen EDF-Ablaufplan umformen

EDF: Ablaufplanherleitung durch Umformung



☞ Beispiel einer Umformung eines Ablaufplans

- Betrachte alle Paare von Arbeitsaufträgen J_i und J_k
- Arbeitsauftrag J_i wird im Intervall I_1, J_k im Intervall I_2 eingeplant
- Der Termin von J_k sei vor dem Termin von J_i: $d_k < d_i$
- Das Intervall I_1 liegt komplett vor I_2: $I_1 < I_2$

Fall 1: $r_k \geq Ende(I_1)$

- J_k kann nicht in I_1 eingeplant werden

☞ Der Ablaufplan hat bereits EDF-Form

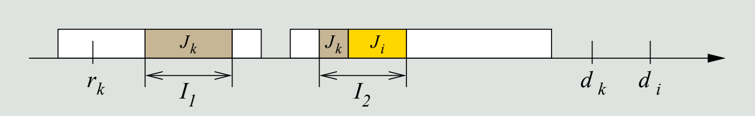
EDF: Ablaufplanherleitung durch Umformung (Forts.)

Fall 2: $r_k < Ende(I_1)$

(ohne Beschränkung der Allgemeinheit: $r_k \leq Anfang(I_1)$)

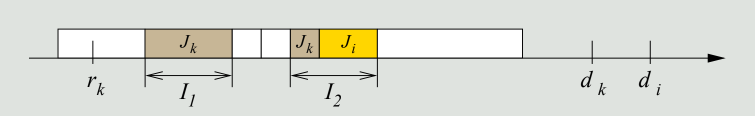
1. Tausche J_i und J_k

   Fall 2a: $I_1 < I_2$ J_k passend stückeln (Verdrängung!), $I_1 > I_2$ analog



   Fall 2b: $I_1 = I_2$ trivial

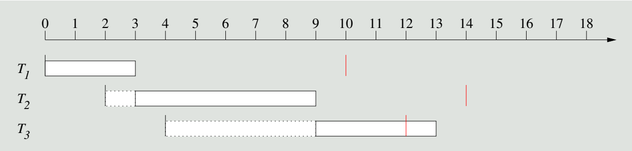
2. Verbliebene Ruheintervalle durch Verschiebung auffüllen



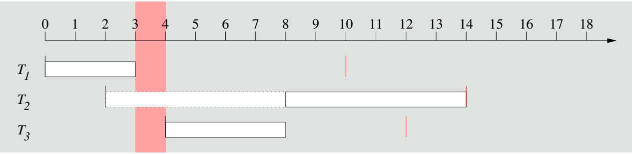
Nichtoptimalität ereignisgesteuerter Ablaufplanung

Beliebige (in diesem Fall nicht-verdrängbare) Aufgaben

- Beispiel: $T_1 = (10, 3, 10, 0)$, $T_2 = (14, 6, 12, 2)$, $T_3 = (12, 4, 8, 4)$



⚠ EDF versagt bei diesem System (Achtung: A7 außer Kraft[2])



☞ Obwohl ein zulässiger Ablaufplan existiert

→ Dieser lässt allerdings den Prozessor kurz untätig

⚠ Vorranggesteuerte Algorithmen sind stets gefräßig (engl. *greedy*)!

[2]Dies ist nicht abwegig, da beispielsweise in Mehrkernsystemen die Verdrängbarkeit von Tasks auf unterschiedlichen Kernen i.A. nicht gegeben ist!

Gliederung

Aufgabenstellung

- Gegeben sei eine Menge periodischer Aufgaben $T_i = (p_i, e_i, D_i, \phi_i)$ mit

p_i	der Periode
e_i	der maximalen Ausführungszeit
D_i	dem relativen Termin
ϕ_i	der Phase

  der jeweiligen Aufgabe.

Fragestellung:

Ist diese Menge von Aufgaben zulässig?

Planbarkeitsanalyse

Verschiedene Analysemethoden stehen zur Auswahl

- CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)
  - Zu welchem Prozentsatz wird der Prozessor maximal beansprucht?
  - → Bevorzugte Methode für dynamische Prioritäten
- Zeitbedarfsanalyse (engl. *processor demand*) $\leadsto$ Eigenstudium
  - Wieviel Rechenzeit wird innerhalb eines Zeitintervalls benötigt?
  - → Neuere Methode für dynamische Prioritäten
- Antwortzeitanalyse (engl. *response time analysis*)
  - Wie lange benötigt eine Aufgabe maximal bis zur Fertigstellung?
  - → Präzise Methode für statische Prioritäten
- Simulation (engl. *simulation*) $\leadsto$ Eigenstudium
  - Wird in einem bestimmten Intervall eine Deadline verfehlt?
  - → Bevorzugte Methode für statische Prioritäten

CPU-Auslastung (engl. utilisation)

Bestimmung der CPU-Auslastung

Die CPU-Auslastung $u_{[t_1,t_2[}$ einer Menge von Arbeitsaufträgen während eines Intervalls $[t_1, t_2[$, ist der Anteil des Rechenzeitbedarfs $h_{[t_1,t_2[}$, der nötig ist, um diese Arbeitsaufträge auszuführen:

$$u_{[t_1,t_2[} = \frac{h_{[t_1,t_2[}}{t_2 - t_1}$$

☞ Für die Zulässigkeit einer Menge von Aufgaben T ist die maximale CPU-Auslastung (engl. *maximum utilisation*) entscheidend

→ Maximale CPU-Auslastung über alle Intervalle $[t_1, t_2[$

Maximale CPU-Auslastung

$$u = \max_{0 \leq t_1 < t_2} u_{[t_1,t_2[}$$

Rechenzeitbedarf (engl. processor demand)

☞ Rechenzeitbedarf einer Aufgabenmenge T im Zeitintervall $[t_1, t_2[$:

Bestimmung des Rechenzeitbedarfs

$$h_{[t_1,t_2[} = \sum_{t_1 \leq r_k, D_k \leq t_2} e_k$$

- Maximale Ausführungszeit aller Arbeitsaufträge, deren
  - Auslösezeitpunkt und
  - absoluter Termin

  innerhalb dieses Intervalls liegt.

Zulässigkeitstest für EDF [10, S.127 ff]

Zulässigkeitstest von Liu und Layland [9]

Für jede Menge von *n* synchronen, periodischen Aufgaben, die den Kriterien A1 - A7 (siehe IV-1/9 bzw. 52) entsprechen, findet der EDF Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, **gdw** für die CPU-Auslastung gilt:

$$U = \sum_{i=1}^{n} u_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{p_i} \leq 1$$

- Dies gilt auch für asynchrone Aufgaben (entkräftet A2) [5]
- EDF-Algorithmus ist optimal [13] unter folgenden Bedingungen:
  - Aufgaben wie oben
  - Synchron oder asynchron
  - Kriterium: $U \leq 1$

☞ Analoge Tests existieren auch für RMA und DMA [10, S. 146]

Ablaufplanungsprobleme und ihre Berechnungskomplexität

☞ Systeme, die den Bedingungen A1 - A7 genügen, sind mit polynomiellem Aufwand analysierbar.

⚠ Starke Konsequenzen bei Lockerung dieser Einschränkungen:

- Verzicht auf A3 $\rightsquigarrow$ stark NP-hart (Baruah [2])
  - Termine sind kürzer als die Perioden der Aufgaben.
- Verzicht auf A4 $\rightsquigarrow$ stark NP-hart (Richard [12])
  - Aufgaben legen sich schlafen (engl. *self-suspension*).
- Verzicht auf A5 $\rightsquigarrow$ stark NP-hart (Mok [11])
  - Der gegenseitige Ausschluss wird durch Semaphore gesichert.
- Verzicht auf A7 $\rightsquigarrow$ stark NP-hart (Cai [4])
  - Harmonische, periodische Aufgaben sind nicht verdrängbar.

⚠ Dies hat auch Auswirkungen auf die Zulässigkeitstests!

Beliebige Termine und Perioden

Bedingung A3 (S. IV-1/9 bzw. 52) soll gelockert werden

- $D_i \geq p_i$: Periodische Aufgaben mit großen Terminen
  - Kriterien von Layland/Liu und Coffman gelten nach wie vor [3]
  - → Diese Kriterien sind notwendig und hinreichend
- $D_i < p_i$: Aperiodische Aufgaben sind möglich
  - Hybride Menge: periodische und aperiodische Aufgaben
  - → Diese Kriterium ist nur hinreichend!

Rahmenbedingungen nach Baruah [3]

Für eine hybride Menge von n Aufgaben T, findet der EDF-Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, wenn gilt:

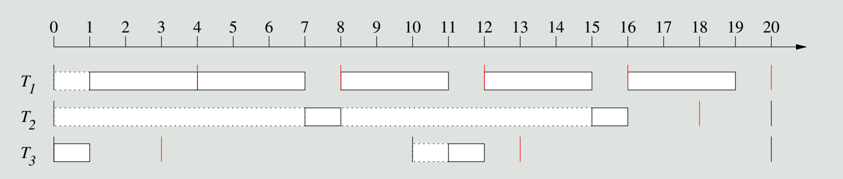
$$U = \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{min\{D_i, p_i\}} \leq 1$$

Dieser Test ist pessimistisch . . .

- Beispiel: $T_1 = (4, 3, 4, 0)$, $T_2 = (20, 2, 18, 0)$, $T_3 = (10, 1, 3, 0)$
  - $\sum_i \frac{e_i}{min\{D_i, p_i\}} = \frac{3}{4} + \frac{2}{18} + \frac{1}{3} = \frac{43}{36} > 1$

⚠ System ist laut des Tests (siehe Folie IV-2/34) nicht zulässig!

☞ EDF findet jedoch einen zulässigen Ablaufplan:



Maximierung des Rechenzeitbedarfs

- hybrides System $\rightsquigarrow$ entsprechendes synchrones, periodisches System
  - alle sporadischen Aufgaben
    - haben Phase $\phi_i = 0$
    - treten mit ihrer maximalen Frequenz auf

- der Rechenzeitbedarf solcher Systeme ist im Intervall $[0, t[$ maximal
  - man kann zeigen: $\forall t_1, t_2 : h_{[t_1, t_2[} \leq h_{[0, t_2 - t_1[}$

- der Rechenzeitbedarf im Intervall $[0, t[$ ist:

$$h(t) = \sum_{D_i \leq t} \left(1 + \left\lfloor \frac{t - D_i}{p_i} \right\rfloor\right) e_i$$

  - alle Arbeitsaufträge, die vor t beendet sein müssen
  - multipliziert mit der maximalen Anzahl ihrer Aktivierungen

Zulässigkeitstest

Der EDF-Algorithmus, erzeugt für jede hybride Menge von Aufgaben einen zulässigen Ablaufplan, **gdw**:

$$\forall t : h(t) \leq t$$

- entspricht direkt dem Satz von Spuri (S. Folie IV-2/32)
- ist als Kriterium aber so nicht brauchbar
  - schließlich gibt es unendlich viele Intervalle $[0, t[$
  - alle zu überprüfen ist einfach unmöglich

☞ Einschränkung der zu überprüfenden Intervalle

Tätigkeitsintervalle

Liu und Layland [9]

Kann der EDF-Algorithmus für eine Menge periodischer Aufgaben keinen zulässigen Ablaufplan finden, so wird ein Termin im ersten Tätigkeitsintervall verpasst.

- innerhalb eines Tätigkeitsinterval ist der Prozessor nie untätig
  - eine Phase kontinuierlicher Prozessorauslastung
- diese Eigenschaft wurde später auch gezeigt für
  - Mengen synchroner, periodischer Aufgaben mit $D_i \leq p_i$ und
  - generische Mengen synchroner, periodischer Aufgaben
- sei L nun die Länge des ersten Tätigkeitsintervalls
  - die maximale Länge des zu prüfenden Intervalls ist nun beschränkt
- $h(t) \leq t$ muss nicht für alle Zeitpunkte in $[0, t[$ geprüft werden
  - $\{e_1, e_2, \ldots\} = mp_i + D_i; i = 1 \ldots n, m = 0, 1, \ldots$
  - wobei alle $e_i < L$ genügen
  - Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung eines Arbeitsauftrags

Antwortzeitanalyse

- Antwortzeit ω_i
  - Zeitdauer zwischen Auslösezeit und Terminationszeitpunkt (siehe III-2/26)
- Idee: Antwortzeitanalyse
  - Terminationszeitpunkt vor dem absoluten Termin d_i
  - Antwortzeit ω_i kürzer als der relative Termin D_i
  - → Für jeden Auftrag $J_{i,j}$ in der Aufgabe: $T_i : \omega_{i,j} \leq D_{i,j}$
- Voraussetzungen
  - Bedingungen A1 - A7 müssen eingehalten werden
  - Konzept ist jedoch erweiterbar

Probleme

- Wie berechnet man die Antwortzeit?
- Wann wird die maximale Antwortzeit erreicht?

Berechnung der Antwortzeit

- Antwortzeit ω_i der Aufgabe T_i berechnet sich zu:

$$\omega_i(t) = e_i + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{t}{p_k} \right\rceil e_k ; 0 < t \leq p_i$$

  - Aufgabe terminiert bevor das Ereignis (Periode) erneut eintritt
  - Setzt sich zusammen aus:
    - WCET e_i von T_i
    - WCETs $e_1, \ldots, e_{i-1}$ der Aufgaben $T_1, \ldots, T_{i-1}$ höherer Priorität

- Prüfung: $\omega_i(t) \leq t$
  - $t = jp_k; \quad k = 1, 2, \ldots, i; \quad j = 1, 2, \ldots, \lfloor \min(p_i, D_i)/p_k \rfloor$
  - Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung dringlicherer Aufgaben
  - Bis das Ereignis erneut eintritt/der Termin der Aufgabe erreicht ist

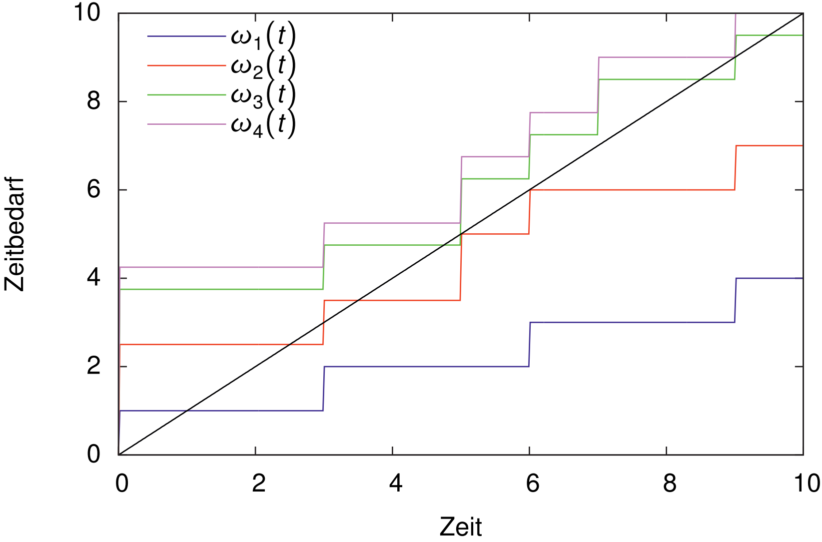
⚠ Ist die Ungleichung für einen Zeitpunkt t erfüllt, ist T_i zulässig

Beispiel: Berechnung der maximalen Antwortzeit

Aufgaben: $T_1 = (3, 1, 3, \phi_1)$, $T_2 = (5, 1.5, 5, \phi_2)$, $T_3 = (7, 1.25, 7, \phi_3)$, $T_4 = (9, 0.5, 9, \phi_4)$

- Antwortzeit ω_1 von T_1
  - $\omega_1(3) = 1 \leq 3 \leadsto$ zulässig
- Antwortzeit ω_2 von T_2
  - $\omega_2(3) = 1.5 + \left\lceil \frac{3}{3} \right\rceil 1 = 2.5 \leq 3 \leadsto$ zulässig
- Antwortzeit ω_3 von T_3
  - $\omega_3(3) = 1.25 + \left\lceil \frac{3}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{3}{5} \right\rceil 1.5 = 3.75 > 3$
  - $\omega_3(5) = 1.25 + \left\lceil \frac{5}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{5}{5} \right\rceil 1.5 = 4.75 \leq 5 \leadsto$ zulässig
- Antwortzeit ω_4 von T_4
  - $\omega_4(3) = 0.5 + \left\lceil \frac{3}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{3}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{3}{7} \right\rceil 1.25 = 4.25 > 3$
  - $\omega_4(5) = 0.5 + \left\lceil \frac{5}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{5}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{5}{7} \right\rceil 1.25 = 5.25 > 5$
  - $\omega_4(6) = 0.5 + \left\lceil \frac{6}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{6}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{6}{7} \right\rceil 1.25 = 6.75 > 6$
  - $\omega_4(7) = 0.5 + \left\lceil \frac{7}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{7}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{7}{7} \right\rceil 1.25 = 7.75 > 7$
  - $\omega_4(9) = 0.5 + \left\lceil \frac{9}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{9}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{9}{7} \right\rceil 1.25 = 9.00 \leq 9 \leadsto$ zulässig

Zeitbedarfsfunktionen der Aufgaben T_1, T_2, T_3 und T_4



Wann wird die Antwortzeit maximal? [10, S.131 ff]

Kritischer Zeitpunkt (engl. *critical instant*) $\mapsto$ maximale Antwortzeit

→ Auslösung eines Arbeitsauftrags an seinem kritischen Zeitpunkt

- An seinem kritischen Zeitpunkt ausgelöster Auftrag $J_{i,j}$ einer Aufgabe T_i:

→ Erfährt die maximale Antwortzeit aller Aufträge in T_i

  - Falls alle Arbeitsaufträge ihre Termine einhalten

→ Verpasst seinen Termin

  - Falls irgendein Arbeitsauftrag in T_i seinen Termin verpasst

Kritischer Zeitpunkt in Systemen mit statischen Prioritäten [9]

→ Falls zusammen mit einem Arbeitsauftrag der Aufgabe T_i Aufträge aller Aufgaben höherer Priorität $T_1, \ldots, T_{i-1}$ ausgelöst werden

Kritischer Zeitpunkt in Systemen mit dynamischen Prioritäten

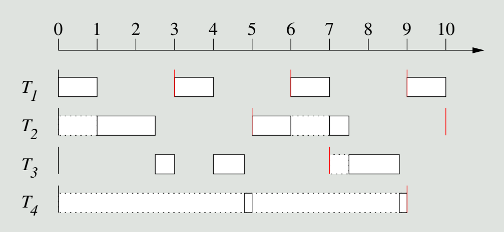
- Lässt sich ein solcher kritischer Zeitpunkt nicht identifizieren

→ Antwortzeitanalyse ist hier ungeeignet

Simulation

Vorteil	■ Analysemethoden: komplex und schwer verständlich
	■ Planungsalgorithmen: relativ einfach
	■ Konstruktion eines Ablaufplans!
Voraussetzung	■ Simulation muss den *worst case* treffen
Lösung	■ Simulation muss am kritischen Zeitpunkt beginnen

Vergleiche Beispiel auf s. Folie IV-2/41



☞ Methode, die in vielen industriellen Werkzeugen vorzufinden ist

Relative Planbarkeit – Prioritätsabbildung

Einfluss der Anzahl von Systemprioritäten auf die Planbarkeit eines Systems

⚠ Verschlechterung der Planbarkeit bei wenigen verfügbaren Systemprioritäten ($\Omega_n >> \Omega_s$) zu erwarten

- Sei g das Minimum von Verhältniswerten des Prioritätsrasters (s. IV-2/12)
- Für RM für große n und $D_i = p_i$ für alle i wurde gezeigt [8], dass für die planbare Auslastung (engl. *schedulable utilization*) gilt:

$$\begin{array}{rl} ln(2g) + 1 - g & \text{falls } g > 1/2 \\ g & \text{falls } g \leq 1/2 \end{array}$$

- Das Verhältnis dieser Auslastung zu $ln(2)$ ist ein Maß für die relative Planbarkeit des gegebenen Systems

- Beispiel: 100 000 Aufgaben (evtl. noch vielmehr Aufträge), d.h., $\Omega_n = 100\,000$
  - Die relative Planbarkeit bei $\Omega_s = 256$ ist gleich 0.9986

☞ RM: Für komplexeste Tasksysteme reichen schon 256 Prioritätsebenen

Gliederung

Resümee

Ablaufplanung gebräuchliche, ereignisgesteuerte Verfahren

- statische Prioritäten $\rightsquigarrow$ RM, DM
  - Prioritätsabbildung im Falle nicht ausreichender Systemprioritäten
- dynamische Prioritäten $\rightsquigarrow$ EDF

Optimalität und Nichtoptimalität von RM, DM und EDF

- Hängt von den Eigenschaften der betrachteten Aufgaben ab
- Nichtoptimalität von statischen Prioritäten und Ereignissteuerung

Planbarkeitsanalyse ereignisgesteuerter Ablaufplanungsverfahren

- maximalen, kumulativen CPU-Auslastung und Antwortzeitanalyse
- relative Planbarkeit im Falle nicht ausreichender Systemprioritäten

Literaturverzeichnis

[1] *Kapitel 28.*
In: Baruah, S. ; Goossens, J. :
Scheduling Real-time Tasks: Algorithms and Complexity.
Chapman & Hall/CRC, 2004 (Computer and Information Science series)

[2] Baruah, S. K. ; Rosier, L. E. ; Howell, R. R.:
Algorithms and complexity concerning the preemptive scheduling of periodic, real-time tasks on one processor.
In: *Real-Time Systems Journal* 2 (1990), Nr. 4, S. 301–324.
`http://dx.doi.org/10.1007/BF01995675`. –
DOI 10.1007/BF01995675. –
ISSN 0922–6443

[3] Baruah, S. ; Mok, A. ; Rosier, L. :
Preemptively scheduling hard-real-time sporadic tasks on one processor.
(1990), Dez., S. 182–190.
`http://dx.doi.org/10.1109/REAL.1990.128746`. –
DOI 10.1109/REAL.1990.128746

Literaturverzeichnis (Forts.)

[4] Cai, Y. ; Kong, M. C.:
Nonpreemptive Scheduling of Periodic Tasks in Uni- and Multiprocessor Systems.
In: *Algorithmica* 15 (1996), Nr. 6, S. 572–599.
`http://dx.doi.org/10.1007/BF01940882`. –
DOI 10.1007/BF01940882. –
ISSN 0178–4617

[5] Coffman, E. G.:
Computer and Job-shop Scheduling Theory.
John Wiley & Sons Inc, 1976. –
ISBN 978–0471163190

[6] Hildebrand, D. :
An Architectural Overview of QNX.
In: *Proceedings of the USENIX Workshop on Microkernels and Other Kernel Architectures*.
Seattle, WA, USA, Apr. 27–28, 1992, S. 113–126

[7] IEEE Standard 802.5:
Token Ring Access Method and Physical Layer Specification.
IEEE, New York, 1989

[8] Lehoczky, J. P. ; Sha, L. :
Performance of Real-Time Bus Scheduling Algorithms.
In: *ACM Performance Evaluation Review* 14 (1986), Mai, Nr. 1, S. 44–55

Literaturverzeichnis (Forts.)

[9] Liu, C. L. ; Layland, J. W.:
Scheduling Algorithms for Multiprogramming in a Hard-Real-Time Environment.
In: *Journal of the ACM* 20 (1973), Nr. 1, S. 46–61.
`http://dx.doi.org/http://doi.acm.org/10.1145/321738.321743`. –
DOI http://doi.acm.org/10.1145/321738.321743. –
ISSN 0004–5411

[10] Liu, J. W. S.:
Real-Time Systems.
Englewood Cliffs, NJ, USA : Prentice Hall PTR, 2000. –
ISBN 0–13–099651–3

[11] Mok, A. K.:
Fundamental design problems of distributed systems for the hard real-time environment, MIT, Diss., 1983

[12] Richard, P. :
On the complexity of scheduling real-time tasks with self-suspensions on one processor.
In: *Proceedings. 15th Euromicro Conference on Real-Time Systems (ECRTS 2003)* (2003), Jul., S. 187–194

[13] Spuri, M. :
Earliest Deadline Scheduling in Real-Time Systems, Scuola Superiore S. Anna, Pisa, Dissertation, 1996

Literaturverzeichnis (Forts.)

[14] Wind River Systems, Inc.:
Wind River Homepage.
http://www.windriver.com,

Restriktionen des periodischen Modells

Kopie der Folie IV-1/9

Mathematische Ansätze zur zeitlichen Analyse periodischer Echtzeitsysteme bedingen häufig starke Einschränkungen:

A1 Alle Aufgaben sind periodisch

A2 Alle Arbeitsaufträge können an ihren Auslösezeitpunkten eingeplant und ausgeführt werden

A3 Termine und Perioden sind identisch

A4 Kein Arbeitsauftrag gibt die Kontrolle über den Prozessor ab

A5 Alle Aufgaben sind unabhängig[3]

A6 Die Kosten durch Unterbrechungen, Ablaufplanung und Verdrängung sind vernachlässigbar

A7 Alle Aufgaben verhalten sich voll-präemptiv

[3] D.h. die einzige gemeinsame Ressource ist die CPU und es existieren keine Einschränkungen hinsichtlich der Auslösezeiten der Arbeitsaufträge voneinander.

EZS – Cheat Sheet

Typographische Konvention

Der erste Index gibt die Aufgabe an (z. B. D_i), der Zweite (optional) bezieht sich auf den Arbeitsauftrag (z. B. $d_{i,j}$). Exponenten zeigen verschiedene Varianten einer Eigenschaft an (z. B. T^{HI},T^{MED}, T^{LO}). Funktionen beschreiben zeitlich variierende Eigenschaften (z. B. $P(t)$).

Eigenschaften

- t (Real-)Zeit
- $\boldsymbol{d}$ Zeitverzögerung (engl. delay)

Strukturelemente

- E_i Ereignis (engl. event)
- R_i Ergebnis (engl. result)
- T_i Aufgabe (engl. task)
- $J_{i,j}$ Arbeitsauftrag (engl. job) der Aufgabe T_i

Temporale Eigenschaften

Allgemein

- r_i Auslösezeitpunkt (engl. release time)
- e_i Maximale Ausführungszeit (WCET)
- D_i Relativer Termin (engl. deadline)
- d_i Absoluter Termin
- ω_i Antwortzeit (engl. response time)
- σ_i Schlupf (engl. slack)

Periodische Aufgaben

- p_i Periode (engl. period)
- ϕ_i Phase (engl. phase)

Aufgaben – Tupel

$T_p = (p, e, D, \phi)$ Periodische Aufgabe ohne Priorität (zeitgesteuert oder dynamische Taskpriorität), $D = p$ und $\phi = 0$ sind der Reihe nach optional

Ablaufplanung

- P_i Priorität (engl. priority) der Aufgabe T_i
- Ω_i Prioritätsebenen (engl. number of priorities)
- $h_{\Delta t}$ Rechenzeitbedarf (engl. demand)
- $u_{\Delta t}$ CPU-Auslastung (engl. utilisation)
- U Absolute CPU-Auslastung